



ISI

international  
scientific  
investigations

Выпуск  
№ 16  
2017 г.

XVI Международная научно-  
практическая конференция  
«Проблемы и перспективы  
современной науки»

Сборник статей

**МЕДИЦИНА И ЗДРАВООХРАНЕНИЕ.....157**

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ПЕРСОНАЛЬНЫХ ДАННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ КЛИНИЧЕСКОГО  
ОБСЛЕДОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ПАРОДОНТА ПОСЛЕ ОРТОПЕДИЧЕСКОГО  
ЛЕЧЕНИЯ.....157**

*Жулев Евгений Николаевич- доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой ортопедической стоматологии и ортодонтии Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Нижегородская медицинская академия Минздрава России, г. Нижний Новгород*

*Кочубейник Алена Валерьевна- кандидат медицинских наук, доцент кафедры ортопедической стоматологии и ортодонтии Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Нижегородская медицинская академия Минздрава России, г. Нижний Новгород*

*Брагина Ольга Михайловна - кандидат медицинских наук, доцент кафедры ортопедической стоматологии и ортодонтии Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Нижегородская медицинская академия Минздрава России, г. Нижний Новгород*

**ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ.....162**

**РОБАСТНОЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ОТСЛЕЖИВАНИЕ ВЫХОДА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С  
ПОМОЩЬЮ КОМПЕНСАТОРА ВЫХОДА.....162**

*Алимхан Кейлан, профессор, Евразийский Национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана (Казахстан)*

*Калимолдаев Максат Нурадилович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт информационных и вычислительных технологий, Алматы (Казахстан)*

*Тасболатулы Нурболат, PhD докторант, Казахский Национальный университет имени аль-Фараби, Алматы (Казахстан)*

**РЕКУРРЕНТНАЯ РАНГОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПОСЛЕДЕТЕКТОРНЫХ МАЛОКОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
НЕИЗВЕСТНОГО ОБЪЕКТА.....167**

*Лавров Василий Васильевич, к. т. н., ведущий научный сотрудник, Публичное акционерное общество Межгосударственная акционерная корпорация «Вымпел» г. Москва*

*Лучкин Роман Сергеевич, к. т. н., начальник сектора, Публичное акционерное общество Межгосударственная акционерная корпорация «Вымпел» г. Москва*

*Прохоров Максим Евгеньевич, к. т. н., старший научный сотрудник Публичное акционерное общество Межгосударственная акционерная корпорация «Вымпел» г. Москва*

*Тюрин Владимир Семенович, д. т. н., ведущий научный сотрудник, Автономная некоммерческая организация «Научно-исследовательский Центр ракетных и космических технологий Российской академии космонавтики имени К. Э. Циолковского» Московская область, г. Королев*

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ЗАВОДНЕНИЯ НА МЕСТОРОЖДЕНИИ  
АРМАН.....175**

*Гусманова А.Г., К.т.н., доцент, профессор кафедры «Нефтегазовое дело и геология», КГУТИ им. Ш. Есенова*

*Жолбасарова А.Т., К.т.н., доцент, доцент кафедры «Нефтегазовое дело и геология», КГУТИ им. Ш. Есенова*

*Дүйсенбаева Г.М., Магистрант, кафедра «Нефтегазовое дело и геология», КГУТИ им. Ш. Есенова*

**ПРОЕКТ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ «ЭЛЕКТРОННОЕ ПРАВИТЕЛЬСТВО» В РЕСПУБЛИКЕ  
БЕЛАРУСЬ.....179**

*Николаенко Владимир Лаврентьевич кандидат технических наук, доцент, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

*Савенко Андрей Геннадьевич, инженер, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

*Матвеев Андрей Владимирович, инженер, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

**УСТРОЙСТВО ПЕРЕСТРОЙКИ МОНОХРОМАТОРА МДР-23.....181**

*Николаенко Владимир Лаврентьевич кандидат технических наук, доцент, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

*Матвеев Андрей Владимирович инженер, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

*Калитеня Иван Леонидович инженер, Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники, Минск (Беларусь)*

УДК 681.5.011

## РОБАСТНОЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ОТСЛЕЖИВАНИЕ ВЫХОДА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ КОМПЕНСАТОРА ВЫХОДА

*Алимхан Кейлан, профессор, Евразийский Национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана (Казахстан)*

*Калимолдаев Максат Нурадилович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт информационных и вычислительных технологий, Алматы (Казахстан)*

*Тасболатулы Нурболат, PhD докторант, Казахский Национальный университет имени аль-Фараби, Алматы (Казахстан)*

**Аннотация:** В работе тезисно рассматриваются некоторые работы зарубежных и казахстанских ученых по отслеживанию неопределенных нелинейных систем с помощью выходного контроллера обратной связи, а также задачи стабилизации. Показано математическая модель компенсатора выхода для простой нелинейной системы. Полученные результаты приведены в графических изображениях.

**Ключевые слова:** практическое отслеживание выхода; линеаризованные системы; неопределенные нелинейные системы; стабилизация; состояние обратной связи.

**Abstract:** The paper briefly considers some works of foreign and domestic scientists on the tracking uncertain nonlinear systems using output feedback controller and the stabilization problem. A mathematical model of the output compensator for a simple nonlinear system is shown. The results obtained are shown in the figures.

**Key words:** practical output tracking, linear systems, uncertain nonlinear systems, stabilization, state feedback.

Задача отслеживания вывода является одним из наиболее важных проблем в области теории управления и ее применения, и широко изучается в течение последних трех десятилетий. Ее основная задача заключается в разработке закона управления с обратной связью, которое составляет управляемое слежение вывода заданного опорного сигнала в максимально возможной степени. Отслеживание вывода в обычном случае представляет собой «асимптотический» смысл, где ошибка отслеживания стремится к нулю, так как время стремится к бесконечности, и задача асимптотического отслеживания для стационарных линейных систем была полностью решена примерно 40 лет назад Дэвисоном [1] и Фрэнсисом – Вонхамом [2].

В случае неопределенных нелинейных систем, в которых линеаризованные системы могут быть не стабилизуемыми и/или не обнаруживаемыми, задача отслеживания и даже задача стабилизации становится намного сложнее. Например, рассмотрим следующую очень простую нелинейную систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2^3 + ax_1 \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

где  $x = [x_1, x_2]^T \in \mathbb{R}^2$ ,  $u \in \mathbb{R}$  и  $y \in \mathbb{R}$  – состояние системы, входные и выходные

данные соответственно,  $a$  – неопределенная постоянная, удовлетворяющая

$$0 < a \leq 1$$

В данной работе рассмотрим обзор последних значимых работ, которые тесно связаны с отслеживанием вывода. Прежде всего, отметим, что все рассматриваемые здесь системы определяются в следующей  $P$ -нормальной форме:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}^{P_i} + \phi_i(t, x, u), \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= u^{P_n} + \phi_n(t, x, u), \quad y = x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p \geq 1, i = 1, \dots, n$  - нечетные целые числа и  $\phi_i: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  - функции  $C^1$ , которые могут и не быть точно известны и представляют собой неопределенности системы. Система (2) рассматривается как нелинейная система, состоящая из точной  $P$ -нормальной формы и возмущения в системе, представленных неопределенными функциями  $\phi_i(\cdot)$ , вследствие чего управление для системы (2) следует рассматривать в устойчивом смысле.

Лин и Цянь [3] рассмотрели различные робастные задачи регулирования для системы вида (2) и наряду с многими результатами показали, что под некоторыми подходящими предположениями в системе, задача глобального робастного асимптотического вывода отслеживания к постоянному опорному сигналу разрешима гладкой обратной связью по состоянию. Тем не менее, соответствующая задача переменного опорного сигнала в целом была неразрешима гладкой обратной связью по состоянию. Поэтому, чтобы преодолеть данную ситуацию, Цянь и Лин [4] рассмотрели практическую задачу вывода отслеживания для системы (2) с неизвестными функциями в виде  $\phi_i(t, x, u) = \phi_i(x_1, \dots, x_i)$  и показали, что глобальное отслеживание робастного практического вывода к ограниченному динамическому опорному сигналу может быть получен при помощи гладкой обратной связи по состоянию  $u = u(x, y_r(t))$ , в зависимости от опорного сигнала.

В практической ситуации, однако, желательно использовать только выход  $y$ , чтобы создать такой контроллер, но в целом это намного сложнее. На самом деле проблема стабилизации системы (2) еще не была решена при помощи обратной связи по выходу, следовательно соответствующая задача отслеживания была все еще очень далека от решения. Для решения данной задачи стабилизации, Ян и Лин [5] приступили к исследованию более спокойной (ослабленной) системы чем система (2), делая предположения что  $p_i = p (i = 1, \dots, n-1)$  и  $p_n = 1$ , то есть,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}^{P_i} + \phi_i(t, x, u), \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= u + \phi_n(t, x, u), \quad y = x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

и показали, представив новую идею «парных компенсаторов наблюдателя-контроллера» что при следующих условиях

$$|\phi_i(t, x, u)| \leq C(|x_1|^p + \dots + |x_i|^p), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

где  $C > 0$  – константа, глобальная робастная стабилизация может быть достигнута путем гладкого выходного контроллера обратной связи (выходной компенсатор).

Авторы Алимхан и Инаба [6] рассмотрели практическую задачу отслеживания по той же системе, что и (3), но для слегка измененного вида системы

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1}^{p_i} + \phi_i(t, x, u), \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= u + \phi_n(t, x, u), \quad y = x_1 - y_r\end{aligned}\quad (5)$$

используя способ подобный Ян и Лин [5] показали, что при более ослабленных условиях

$$|\phi_i(t, x, u)| \leq C_1(|x_1|^p + \dots + |x_i|^p) + C_2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

где  $C_1 \geq 0$ ,  $C_2 \geq 0$  являются константами, глобальное отслеживание устойчивого практического вывода до переменного опорного сигнала может быть достигнуто при помощи выходного компенсатора. Заметим, что условие роста (6) немного слабее, чем (4) путем добавления дополнительного постоянного  $C_2 \geq 0$ , и это играет важную роль при решении практической задачи отслеживания с помощью выходного компенсатора.

Предположение  $p_i = p$  ( $i = 1, \dots, n-1$ ) производится в системах (3) и (10), и представляется весьма ограничивающим от практической ситуации, и было бы желательно изучить данную задачу без ограничивающих условий. На самом деле, совсем недавно Полендо и Цянь [7] представили и изучили обобщенную структуру для глобальной робастной стабилизации состояния и обратной связи по выходу для класса неопределенных нелинейных систем в  $p$ -нормальной форме (2), в котором порядок  $p_i \geq 1$  ( $i = 1, \dots, n-1$ ) за исключением  $p_n = 1$  принимающий произвольные числа, принадлежат множеству  $\mathbb{R}_{odd}^{\geq 1} := \{q \in \mathbb{R} : q \geq 1 \text{ и } q \text{ соотношение нечетных целых чисел}\}$ .

Рассмотрим нелинейную систему следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2^2 + \frac{x_2^2}{3(1+x_2^2)}, \quad \dot{x}_2 = x_3 + \frac{1}{4} \left( x_2^{\frac{1}{3}} \sin x_1^2 + x_2^3 \right) \\ \dot{x}_3 &= u + \frac{1}{7} x_3, \quad y = x_1 - y_r\end{aligned}\quad (7)$$

где  $y_r(t) = (\sin(t))^3$  – опорный сигнал,  $u(t)$  – управление. Цель управления состоит в том, чтобы заставить состояние  $x_1(t)$  отслеживать заданный изменяющийся во времени опорный сигнал  $y_r(t)$ , используя только измерение  $y(t)$ .

Система (7) не удовлетворяет условия, введенным Алимханом и Инаба, 2008 [6] и Полендо и Цянь, 2007 [7]. Однако удовлетворяет следующие условия:

$$\begin{aligned}|\phi_1(t, x, u)| &= \frac{1}{3} \left| \frac{x_2^2}{3(1+x_2^2)} \right| \leq \frac{1}{3} |x_1|^3 + \frac{1}{3}, \\ |\phi_2(t, x, u)| &= \left| \frac{1}{4} \left( x_2^{\frac{1}{3}} (\sin x_1 - y_r)^2 + x_2^3 \right) \right| \leq \frac{1}{4} (|x_2|^{\frac{1}{3}} |x_1|^2 + |x_2|^3) \leq \frac{11}{20} (|x_1|^3 + \\ &|x_2|^3) + \frac{28}{45}\end{aligned}\quad (8)$$

$$|\phi_3(t, x, u)| = \left| \frac{1}{7} x_3 \right| \leq \frac{1}{35} (|x_1|^5 + |x_2|^5 + |x_3|^5) + \frac{8}{35}.$$

Далее, математический доказывая мы можем построить компенсатор выхода в виде:

$$\dot{\eta}_2 = -9M\hat{z}_2^3, \quad \hat{z}_2 = (\eta_2 + 9z_1)$$

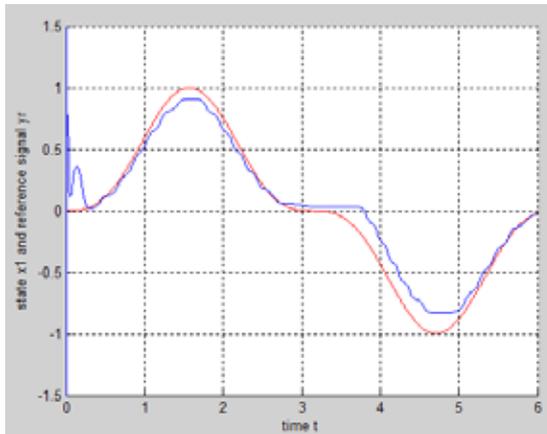
$$\dot{\eta}_3 = -3M\hat{z}_3, \quad \hat{z}_3 = (\eta_3 + 3\hat{z}_2)^3 \quad (9)$$

$$v(\hat{z}) = -\frac{4}{5} \left[ \hat{z}_2^{\frac{5}{3}} + \frac{5}{8} \left( \hat{z}_2^5 + \frac{3}{20} z_1^5 \right) \right]$$

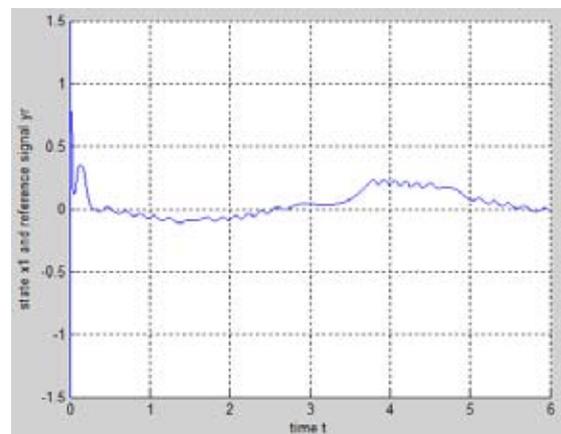
где  $L_1 = 9, L_2 = 3$  и  $\beta_1 = \frac{3}{20}, \beta_2 = \frac{5}{8}, \beta_3 = \frac{4}{5}$  выбраны так, для стабилизации номинального вида (7).

Для компьютерного моделирования начальные состояние выбраны как  $x_1(0) = -7, x_2(0) = 5, x_3(0) = 10, \hat{x}_2(0) = -10$  и  $\hat{x}_3(0) = 50$ . Используя метод Эйлера или Рунге-Кутты получаем следующие результаты:

- когда коэффициент усиления задается как  $M=450$ , ошибка слежения установившегося состояния получается около 0,2 (рисунок 1);
- когда коэффициент усиления увеличивается до  $M=4500$ , ошибка слежения уменьшается до 0,1 (рисунок 2).

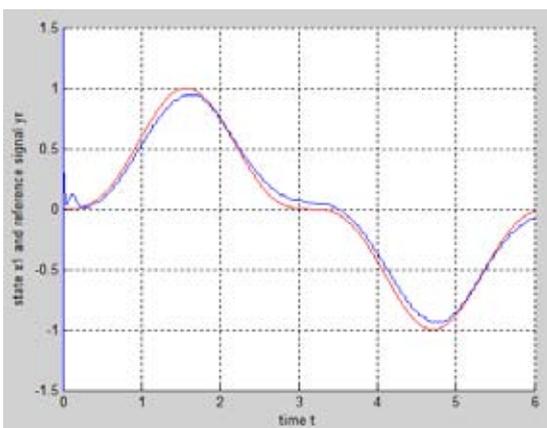


(a)

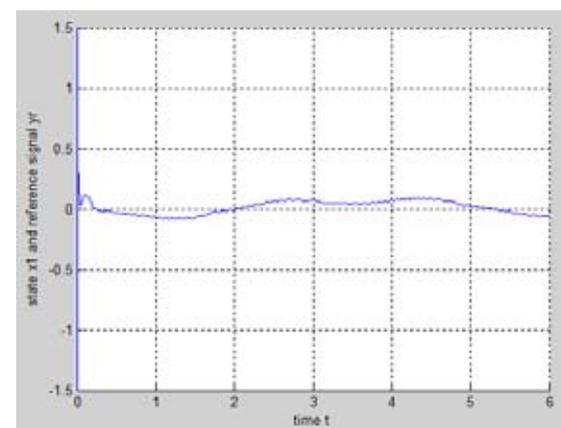


(b)

Рисунок 1. (a) Траектории опорного сигнала  $y_r(t) = (\sin(t))^3$  и  $x_1(t)$ ; (b)  $y(t) = x_1(t) - y_r(t)$  ошибка, когда  $M=450$



(a)



(b)

Рисунок 2. (a) Траектории опорного сигнала  $y_r(t) = (\sin(t))^3$  и  $x_1(t)$ ; (b)  $y(t) = x_1(t) - y_r(t)$  ошибка, когда  $M=4500$

В результатах по проблеме отслеживания вывода и в задачах стабилизации отечественных ученых совместно с зарубежными авторами [8] разработано детальный метод рекурсивного проектирования, который строит ряд интегральных функций

Ляпунова, а также явную формулу непрерывно дифференцируемых контроллеров. В этих работах был выработан системный подход для построения непрерывно дифференцируемого практического выходного контроллера отслеживания для класса по сути нелинейных систем, чья цепочная часть интегратора имеет силу положительных нечетных рациональных чисел. Такой контроллер гарантирует, что состояния замкнутой системы в целом ограничена, в то время как ошибка слежения может быть ограничено любым заданным положительным числом за конечное время.

### Список использованных источников

1. Davison, E.J. (1976) 'The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-21, pp.25–34.
2. Francis, B.A. and Wonham, W.M. (1976) 'The internal model principle of control theory', Automatica, Vol. 12, pp.457–465.
3. Lin, W. and Qian, C. (2000) 'Robust regulation of a chain of power integrators perturbed by a lower-triangular vector field', Int. J. Robust Non-linear Control, Vol. 10, pp. 397–421.
4. Qian, C. and Lin, W. (2002a) 'Practical output tracking of non-linear systems with uncontrollable unstable linearization', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 47, pp.21–36.
5. Yang, B. and Lin, W. (2005) 'Robust output feedback stabilization of uncertain non-linear systems with uncontrollable and unobservable linearization', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 50, pp.619–630.
6. Alimhan, K. and Inaba, H. (2008) 'Robust practical output tracking by dynamic output feedback for uncertain non-linear systems with unstabilisable and undetectable linearisation', International Journal of Modelling, Identification and Control, Vol. 5, No. 1, pp.1–13.
7. Polendo, J. and Qian, C. (2007) 'A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently non-linear systems via output feedback', Int. J. Robust Non-linear Control, Vol.17, pp.605–629.
8. Alimhan K, Otsuka N, Adamov A.A., Kalimoldayev M.N. (2015) 'Global Practical Output Tracking of Inherently Nonlinear Systems Using Continuously Differentiable Controllers', Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, 2015, 10 p.